Aufgabe 1

Eigentliche Permutation mit genau einem Fixpunkt.

$\Omega = Per_n^n(oW) \rightarrow |\Omega| = n!$

$F_{n,m} = \frac{n!}{m!} \cdot \left(1 + \frac{-1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{(-1)^{n-m}}{(n-m)!}\right)$

$F_{n,m} \approx \frac{n!}{m!} \cdot \frac{1}{e} \qquad fuer \quad (n-m) \geq 5$

$P(m - Richtige) = \frac{F_{n,m}}{n!}$

a) $n = 10, \quad m = 1 \quad \rightarrow$ Bedingung für Näherungsverfahren ist erfüllt.

$$\begin{aligned} P(1 - Richtiger) &\approx \frac{\frac{10!}{1!} \cdot \frac{1}{e}}{10!} \\ &\approx \frac{1}{e} \\ &\approx 0,3679 \end{aligned}$$

b) $n = 10, \quad m = 3 \quad \rightarrow$ Bedingung für Näherungsverfahren ist erfüllt.

$$\begin{aligned} P(3 - Richtige) &\approx \frac{\frac{10!}{3!} \cdot \frac{1}{e}}{10!} \\ &\approx \frac{1}{6 \cdot e} \\ &\approx 0,06131 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

geg.: $A :=$ {5 Richtige bei „6 aus 49“}
$B :=$ {mindestens 3 Richtige bei „6 aus 49“}

ges.: $P(A|B)$

$$\begin{aligned}
P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\
&= \frac{P(\{5R.\} \cap \{3R., 4R., 5R., 6R.\})}{P(\{3R., 4R., 5R., 6R.\}} \\
&= \frac{P(\{5R.\}}{P(\{3R., 4R., 5R., 6R.\}} \\
&= \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} \cdot \left(\frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} \right)^{-1} \\
&= \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} + \binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} + \binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} + \binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}} \\
&= \frac{258}{246.820 + 13.545 + 258 + 1} \\
&= \frac{129}{130.312} \\
&\approx 9,899 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

a) Die Figur kann sich auf Feld -3, -1, 1 und 3 befinden.

g	-3	-1	1	3
$P(\{g\})$	$\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

b) Die Figur kann sich auf Feld -4, -2, 0, 2 und 4 befinden.

g	-4	-2	0	2	4
$P(\{g\})$	$\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

Aufgabe 4

Realisierung mit einer Java-Application.

Klasse $Muenzwurf$**:**

```
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.BufferedReader;
import java.util.Arrays;

public class Muenzwurf {
  /**
   * Liest einen Integerwert ein.
   *
   * @param text Text, der vor Eingabe ausgegeben werden soll
   * @return eingelesener Integer-Wert
   */
  public static int readInt(String text) {
    int i;
    while (true) {
```

```
      String s = "";
      System.out.print(text);
      try {
        BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
        s = br.readLine();
      } catch (IOException ioe) {
        System.out.println("Input error!"); continue;
      }

      try {
        i = Integer.parseInt(s);
        if(i<1){
          throw new NumberFormatException();
        }
        break;
      } catch (NumberFormatException nfe) {
        System.out.println("Number format error!");
      }
    }

    return i;
  }

  /**
   * Simuliert einen Versuchsdurchgang. Dabei wird die Münze mehrfach geworfen
   * und die Figur entsprechend verschoben.
   *
   * @param wurfAnzahl Anzahl der Münzwürfe
   * @return Position der Figur nach dem Versuchsdurchgang
   */
  public static int simuliereEinenVersuch(int wurfAnzahl){
    int pos= wurfAnzahl;
    for(int i=0; i<wurfAnzahl; i++)
      pos+= (int)(Math.random()*2)*2-1;

    return pos;
  }

  /**
   * Konvertiert einen Integerwert in einen String mit definierter Länge.
   *
   * @param zahl Integerwert, der konvertiert werden soll
   * @param zeichenAnzahl Anzahl der Zeichen des Strings
   * @return String Integerwert als String
   */
  public static String antiTrim(int zahl, int zeichenAnzahl){
    String zahlStr= ""+zahl;
    char[] c= new char[zeichenAnzahl];
    Arrays.fill(c, ' ');
    zahlStr= (new String(c) + zahlStr).substring(zahlStr.length(),
          zeichenAnzahl + zahlStr.length());

    return zahlStr;
  }
```

```
  public static void main(String[] argv){
    int wurfAnzahl, versuchsAnzahl;

    wurfAnzahl= readInt("Wie oft soll die Münze in einem Versuch geworfen werden? >");
    versuchsAnzahl= readInt("Wie oft soll der Versuch durchgeführt werden? >");

    int[] aufFeld= new int[2*wurfAnzahl +1];

    // alle absoluten Häufigkeiten auf Null setzen
    for(int i=0; i<2*wurfAnzahl +1; i++)
      aufFeld[i]= 0;

    // Simuation der Versuche
    for(int i=0; i<versuchsAnzahl; i++)
      aufFeld[simuliereEinenVersuch(wurfAnzahl)]++;

    System.out.println("\nAbsolute Häufigkeiten, relative Häufigkeiten:");
    for(int i=0; i<2*wurfAnzahl +1; i++)
      System.out.println("Feld " +antiTrim(i-wurfAnzahl, 2) +": " +antiTrim(aufFeld[i], 6)
            + ",  " + ((double)aufFeld[i])/((double)versuchsAnzahl));
  }
}
```

folgende Ausgabe bei Eingabe von 4-maligem Münzwurf und 100 Versuchen:

```
Absolute Häufigkeiten, relative Häufigkeiten:
Feld -4:      7,  0.07
Feld -3:      0,  0.0
Feld -2:     27,  0.27
Feld -1:      0,  0.0
Feld  0:     36,  0.36
Feld  1:      0,  0.0
Feld  2:     25,  0.25
Feld  3:      0,  0.0
Feld  4:      5,  0.05
```

→ entspricht rund den in Aufgabe 3 b) berechneten Werten. Die Abweichungen sind in diesem Fall sogar relativ gering.

folgende Ausgabe bei Eingabe von 4-maligem Münzwurf und 1000 Versuchen:

```
Absolute Häufigkeiten, relative Häufigkeiten:
Feld -4:     52,  0.052
Feld -3:      0,  0.0
Feld -2:    271,  0.271
Feld -1:      0,  0.0
Feld  0:    363,  0.363
Feld  1:      0,  0.0
Feld  2:    242,  0.242
Feld  3:      0,  0.0
Feld  4:     72,  0.072
```

→ entspricht ebenfalls rund den in Aufgabe 3 b) berechneten Werten. Die Abweichungen liegen im Bereich eines typischen Zufallsexperiments.

Aufgabe 5

geg.: $C_1 := \{\text{Computer ist von der Sorte C1}\}$
$C_2 := \{\text{Computer ist von der Sorte C2}\}$
$F := \{\text{Computer ist fehlerhaft}\}$
$P(F|C_1) = 0,05,\ P(F|C_2) = 0,02$
$P(C_1) = 0,5,\ P(C_2) = 0,5$

ges.: $P(C_1|F)$

$$\begin{aligned} P(C_1|F) &= \frac{P(F|C_1)\cdot P(C_1)}{P(F|C_1)\cdot P(C_1) + P(F|C_2)\cdot P(C_2)} \\ &= \frac{0,05\cdot 0,5}{0,05\cdot 0,5 + 0,02\cdot 0,5} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Ein zufällig herausgegriffener Computer, der fehlerhaft ist, gehört mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{5}{7}$ zur Sorte C1.

Aufgabe 6

geg.: $J := \{\text{Schüler ist Junge}\}$
$A := \{\text{Schüler ist aus Klasse A}\}$
$B := \{\text{Schüler ist aus Klasse B}\}$
$G := \{\text{Schüler bringt gute Leistungen}\}$
$P(J|A) = 0,60,\ P(J|B) = 0,40$
$P(G|A\cap J) = 0,40,\ P(G|A\cap \overline{J}) = 0,70$
$P(G|B\cap J) = 0,35,\ P(G|B\cap \overline{J}) = 0,65$

ges.: $P(G|A)$
$P(G|B)$

$$\begin{aligned} P(G|A) &= P(G|A\cap J)\cdot P(J|A) + P(G|A\cap\overline{J})\cdot P(\overline{J}|A) \\ &= 0,40\cdot 0,60 + 0,70\cdot 0,40 \\ &= 0,52 \end{aligned}$$

Ein Schüler aus A bringt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,52 gute Leistungen.

$$\begin{aligned} P(G|B) &= P(G|B\cap J)\cdot P(J|B) + P(G|B\cap\overline{J})\cdot P(\overline{J}|B) \\ &= 0,35\cdot 0,40 + 0,65\cdot 0,60 \\ &= 0,53 \end{aligned}$$

Ein Schüler aus B bringt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,53 gute Leistungen.

Die Klasse B ist besser als die Klasse A.