Übungsaufgaben STOCHASTIK, Serie 5, Abgabe: 20.6.03

1. Eine Gruppe bestehe aus 5 Frauen und 5 Männern. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei der zufälligen Auswahl von 4 Personen aus dieser Gruppe (z. B. durch Lose) genau
a) eine Frau b) zwei Frauen dabei sind?

2. In einem Geschäft am Rande der Stadt kommen zwischen 12.00 und 15.00 Uhr durchschnittlich 2,5 Kunden pro Stunde vorbei. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Stunde (aus dem angegebenen Zeitraum)
a) kein Kunde, b) genau ein Kunde, c) mehr als drei Kunden, d) weniger als 6 Kunden kommen. Gehen Sie davon aus, daß die Anzahl der Kunden Poisson verteilt ist.

3. Es sei der diskrete Zufallsvektor (X, Y) durch die folgende Tabelle gegeben:

$Y \setminus X$	-1	0	1
-1	1/6	1/6	1/6
1	1/4	1/8	1/8

Berechnen Sie die Randverteilungen, die Erwartungswerte und Varianzen für X und Y, sowie den Korrelationskoeffizienten $\rho(X, Y)$.

4. Wir betrachten den zweimaligen Würfelwurf. X sei die Zufallsgröße, die die Ergebnisse des 1. Wurfs als Werte annimmt. Y sei die Zufallsgröße, die als Werte das Maximum der beiden Augenzahlen (beim zweimaligen Wurf) annimmt. Berechnen Sie die Tabelle der Wahrscheinlichkeiten $p_{i,k}$ für den Zufallsvektor (X, Y), die Randverteilungen, die Erwartungswerte $E(X)$ und $E(Y)$, sowie die Kovarianz $C(X, Y)$.

5. Es seien die Zufallsgrößen X und Y Poisson verteilt mit den Parametern λ bzw. μ. Wir nehmen an, die beiden Zufallsgrößen X und Y seien stochastisch unabhängig. Geben Sie die Verteilung der Zufallsgröße $X + Y$ an und begründen Sie Ihre Aussage.

6. Die diskrete Zufallsgröße X nehme die Werte $0, 1, ..., N$ mit den Wahrscheinlichkeiten $p_0, p_1, ..., p_N$ an. Geben Sie an, wie man diese Zufallsgröße X auf einen Computer simulieren kann mit Hilfe der (gleichverteilten Pseudo-) Zufallszahlen aus dem Intervall $[0, 1)$ (z.B. "random" in Turbo Pascal). Schreiben Sie einen Ablaufplan (Pseudocode).
Schreiben Sie ein Programm im Fall X ist binomialverteilt, d.h. $p_j = B_{N,p}(\{j\})$, und benutzen Sie die Werte $p = 0.2, N = 10$. Lassen Sie das Programm 1000 mal laufen und vergleichen Sie die erhaltenen relativen Häufigkeiten für die Werte von X mit den exakten Wahrscheinlichkeiten.