

Übungsaufgaben STOCHASTIK, Serie 4, Abgabe: 6.6.03

1. Eine Krankheit wirke auf zwei Gruppen M_1, M_2 von Menschen (der gleichen Anzahl) mit unterschiedlichem Ergebnis. Es werden etwa 5 % der Gruppe M_1 und etwa 1 % der Gruppe M_2 krank. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig herausgegriffener Kranker zur Gruppe M_1 gehört.
2. Bei Kontrollen hat man festgestellt, daß es etwa 8 % Schwarzfahrer im Bereich der S- Bahnen gibt. Wieviel Fahrgäste muß ein Kontrolleur mindestens kontrollieren, damit er mit 90 % Wahrscheinlichkeit wenigstens einen Schwarzfahrer ertappt?
3. Eine Zufallsgröße X nehme die Werte $0,1,\dots,6$ an. Es sei weiterhin bekannt, daß X binomialverteilt sei und $P(X = 3) = 0,1318$. Berechnen Sie den Parameter p der zugehörigen Binomialverteilung $B_{6,p}(\cdot)$. Ist der Wert p eindeutig durch die Angaben festgelegt?
4. Eine Zufallsgröße X nehme die Werte $x_k = k$, $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$, mit den Wahrscheinlichkeiten $p_k = \frac{45}{\pi^4} \cdot k^{-4}$ an. Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $V(X)$.
5. Ein zufälliger Vorgang bestehe im zweimaligen Werfen eines (idealen) Tetraeders mit den Zahlen 1,2,3,4 auf den Seiten. Registriert wird die Zahl auf der Seite, die unten zu liegen kommt. Es sei X die Zufallsgröße, die das Produkt der Zahlen aus den zwei Würfeln annimmt. Geben Sie die Werte x_k von X an und berechnen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten $p_k = P(X = x_k)$, sowie die Zahlen $E(X)$ und $\sigma(X)$.
6. Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung des Flächeninhalts der Fläche F berandet durch die Kurve $y = 1 - x^3, x \in [0, 1]$ und die x - Achse sowie die y - Achse in der (x, y) - Ebene mit Hilfe der folgenden "Monte Carlo Methode": Wählen Sie das Quadrat mit den Eckpunkten $(0, 0), (0, 1), (1, 1), (1, 0)$ in der (x, y) - Ebene, welches F enthält. Erzeugen Sie eine Folge von gleichmäßig verteilten N Zufallspunkten in dem Quadrat ($N=100, N=1000, N=10000$). Stellen Sie die Zahl A_N der Zufallspunkte in F fest und ermitteln Sie die Näherungswerte $F_N = A_N/N$ für den Flächeninhalt $|F|$.
Berechnen Sie den exakten Wert von $|F|$ und vergleichen Sie ihn mit den erhaltenen Näherungswerten.