

## Übungsaufgaben STOCHASTIK, Serie 2, Abgabe: 9.5.03

1. Es sei  $(\Omega, \mathcal{F}, P(\cdot))$  ein Wahrscheinlichkeitsraum und  $X, Y \in \mathcal{F}$  mit  $P(X) = 0, P(Y) = 1$ . Zeigen Sie, daß für beliebige  $A \in \mathcal{F}$  gilt

a)  $P(A \cup X) = P(A)$  , b)  $P(A \cap Y) = P(A)$ .

2. Es seien  $A, B$  zwei Ereignisse mit den Wahrscheinlichkeiten  $P(A) = 1 - \epsilon, P(B) = 1 - \delta$  und  $\epsilon + \delta < 0.5$ . Zeigen Sie, daß dann gilt  $P(A \cap B) > 0.5$ .

3. Es sei  $q \in (0, 1)$  gegeben. Weiterhin sei eine Abbildung

$$p(\cdot) : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R} \quad \text{mit} \quad p(n) = q(1 - q)^{n-1}$$

gegeben. Zeigen Sie, daß  $p(\cdot)$  eine Wahrscheinlichkeitsdichte auf der Ereignisalgebra  $\mathcal{P}(\mathbf{N})$  über  $\mathbf{N}$  definiert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(\{1, 2\}), P(\{1, 2, 3\})$  für den Wert  $q = 0.5$ , die sich aus der zugehörigen Verteilung ergeben.

4. Es sei ein zufälliger Vorgang  $\mathcal{V}$  mit einem Ereignis  $A$  gegeben. Es sei  $p := P(A) > 0$  die zugehörige Wahrscheinlichkeit. Wir betrachten nun folgenden zufälligen Vorgang: Wir wiederholen  $\mathcal{V}$  so lange, bis  $A$  eintritt. Geben Sie einen Wahrscheinlichkeitsraum für diesen zufälligen Vorgang an. Es sei  $p = 0.01$ . Wie oft müssen Sie  $\mathcal{V}$  mindestens wiederholen, damit das Ereignis  $A$  mit Wahrscheinlichkeit 0.9 wenigstens einmal eingetreten ist?

5. In einem kleinen Kino gibt es 10 Plätze (2 Reihen mit je 5 Plätzen). Zwei Freunde haben, ohne es voneinander zu wissen, Karten für die gleiche Veranstaltung in diesem Kino gekauft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ihre Karten zu nebeneinanderliegenden Plätzen gehören? Gehen Sie dabei davon aus, daß die Wahrscheinlichkeiten, Karten für Plätze zu erhalten, gleichverteilt sind.

6. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, daß beim Würfeln mit zwei idealen Würfeln (a) die Augensumme gleich 8, (b) beide Augenzahlen verschieden sind.